

Gyires-Tóth Bálint

Deep Learning a gyakorlatban
Python és LUA alapon
Backpropagation

Jogi nyilatkozat

Jelen előadás diái a „Deep Learning a gyakorlatban Python és LUA alapon” című tantárgyhoz készültek és letölthetők a <http://smartlab.tmit.bme.hu> honlapról.

A diák nem helyettesítik az előadáson való részvételt, csupán emlékeztetőül szolgálnak.

Az előadás diái a szerzői jog védelme alatt állnak. Az előadás diáinak vagy bármilyen részének újra felhasználása, terjesztése, megjelenítése csak a szerző írásbeli beleegyezése esetén megengedett. Ez alól kivétel, mely diákon külső forrás külön fel van tüntetve.

Deep Learning Híradó

Hírek az elmúlt 168 órából



S
INTER_SPEECH
2019



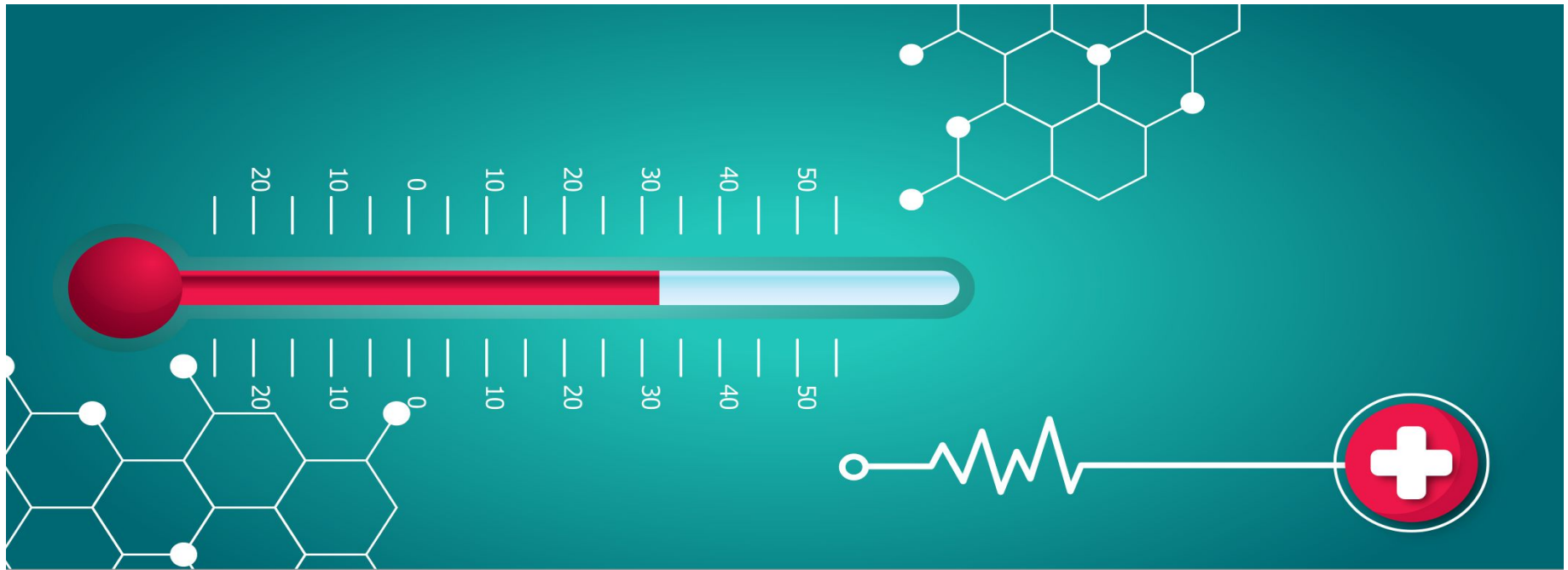
<https://nvidiadli-20191001.eventbrite.com>



DEEP
LEARNING
INSTITUTE

TEACHING YOU
TO SOLVE PROBLEMS
WITH DEEP LEARNING

Tanítási feladat, adatok



- *Bemenet:* [láz (°C), gyógyszer (mg)] = X
- *Kimenet*
 - *Regresszió:* [láz 2 óra múlva] = y
 - *Osztályozás:* [láz/hőemelkedés/normális 2 óra múlva]

Tanító és teszt adatok

- Példa

$$X = \begin{bmatrix} 38.6 & 25 \\ 37.8 & 25 \\ 37.9 & 50 \\ 38.2 & 50 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 37.2 \\ 37.3 \\ 36.6 \\ 36.9 \end{bmatrix}$$

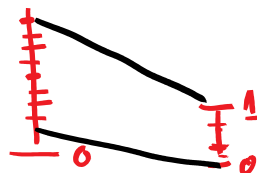
$$X_{\text{test}} = \begin{bmatrix} 38.3 & 35 \end{bmatrix}$$

$\hat{y} = ?$

$$x = (x - \text{mean} X) / \text{std} X$$

→ soros
→ várható érték

$$y = \text{minmax}(y, 0, 1)$$



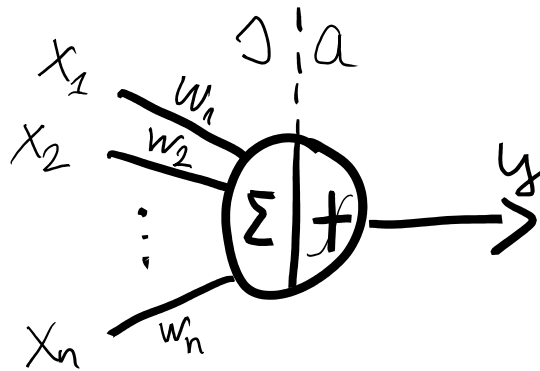
Min max scaler

Kimenetek átskálázása

$$y_std = (y - \min y) / (\max y - \min y)$$
$$y_scaled = y_std \cdot (\max - \min) + \min$$

| $\max = 1$
 $\min = 0$

Elemi neuron



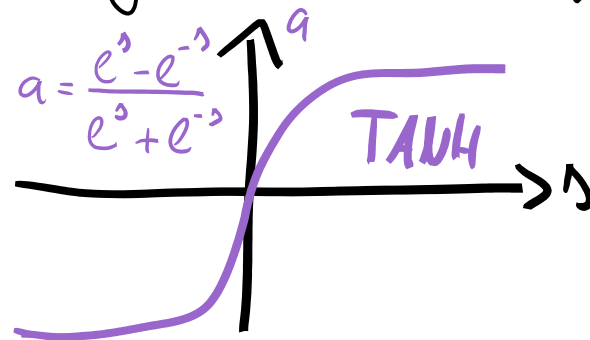
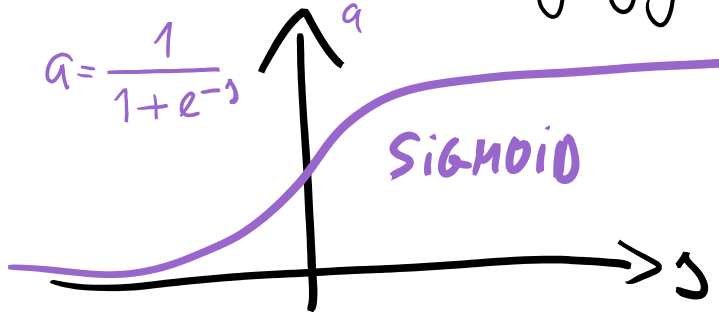
→ "Szumma"

$$\Delta = \sum_{i=1}^n w_i x_i$$

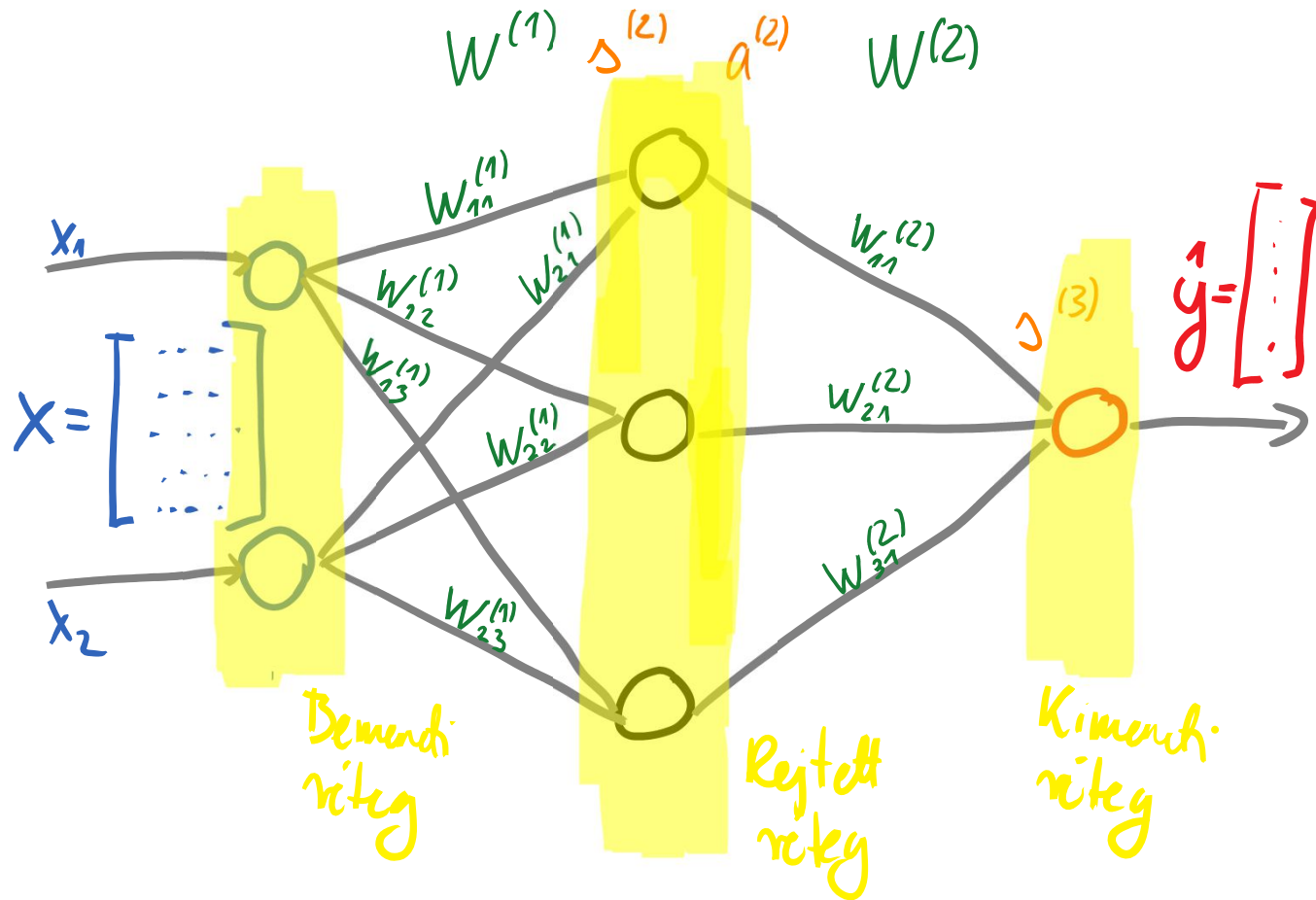
$$y = a(\Delta)$$

→ "aktivációs"

a. aktivációs függvény (sgm, tanh, ReLU...)



Előrecsatolt mély neurális hálózat



Mátrixalgebra

- *Mátrix szorzás*
- *Transzponálás*
- *Parciális derivált*



theano



Forward lépés I.

$$\textcircled{1} \quad \overset{(4 \times 2)}{X} \overset{(2 \times 3)}{W^{(1)}} = \overset{(4 \times 3)}{\Delta^{(2)}}$$

$$W^{(1)} = \begin{bmatrix} W_{11}^{(1)} & W_{12}^{(1)} & W_{13}^{(1)} \\ W_{21}^{(1)} & W_{22}^{(1)} & W_{23}^{(1)} \end{bmatrix}$$

$$\underbrace{X}_{\text{munkák szingulus}} = \begin{bmatrix} X_1^{(1)} & X_2^{(1)} \\ X_1^{(2)} & X_2^{(2)} \\ X_1^{(3)} & X_2^{(3)} \\ X_1^{(4)} & X_2^{(4)} \end{bmatrix}$$

tulajdonsingulus (features)

$$\begin{bmatrix} X_1^{(1)} W_{11}^{(1)} + X_2^{(1)} W_{21}^{(1)} & X_1^{(1)} W_{12}^{(1)} + X_2^{(1)} W_{22}^{(1)} & X_1^{(1)} W_{13}^{(1)} + X_2^{(1)} W_{23}^{(1)} \\ X_1^{(2)} W_{11}^{(1)} + X_2^{(2)} W_{21}^{(1)} & X_1^{(2)} W_{12}^{(1)} + X_2^{(2)} W_{22}^{(1)} & X_1^{(2)} W_{13}^{(1)} + X_2^{(2)} W_{23}^{(1)} \\ X_1^{(3)} W_{11}^{(1)} + X_2^{(3)} W_{21}^{(1)} & X_1^{(3)} W_{12}^{(1)} + X_2^{(3)} W_{22}^{(1)} & X_1^{(3)} W_{13}^{(1)} + X_2^{(3)} W_{23}^{(1)} \\ X_1^{(4)} W_{11}^{(1)} + X_2^{(4)} W_{21}^{(1)} & X_1^{(4)} W_{12}^{(1)} + X_2^{(4)} W_{22}^{(1)} & X_1^{(4)} W_{13}^{(1)} + X_2^{(4)} W_{23}^{(1)} \end{bmatrix} = \Delta^{(2)}$$

Forward lépés II.

$$\textcircled{2} \quad a^{(2)} = f(\Delta^{(2)}) = \text{sigmoid}\{\Delta^{(2)}\} \quad (\text{tanh/ReLU/PReLU...})$$

sigmoid \equiv sgm
 (4×3)
 $a^{(2)} =$

$$\begin{bmatrix} \text{sgm}(\Delta_{11}^{(2)}) & \text{sgm}(\Delta_{12}^{(2)}) & \text{sgm}(\Delta_{13}^{(2)}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{sgm}(\Delta_{33}^{(2)}) \end{bmatrix}$$

$$\textcircled{3} \quad \Delta^{(3)} = a^{(2)} W^{(2)}$$

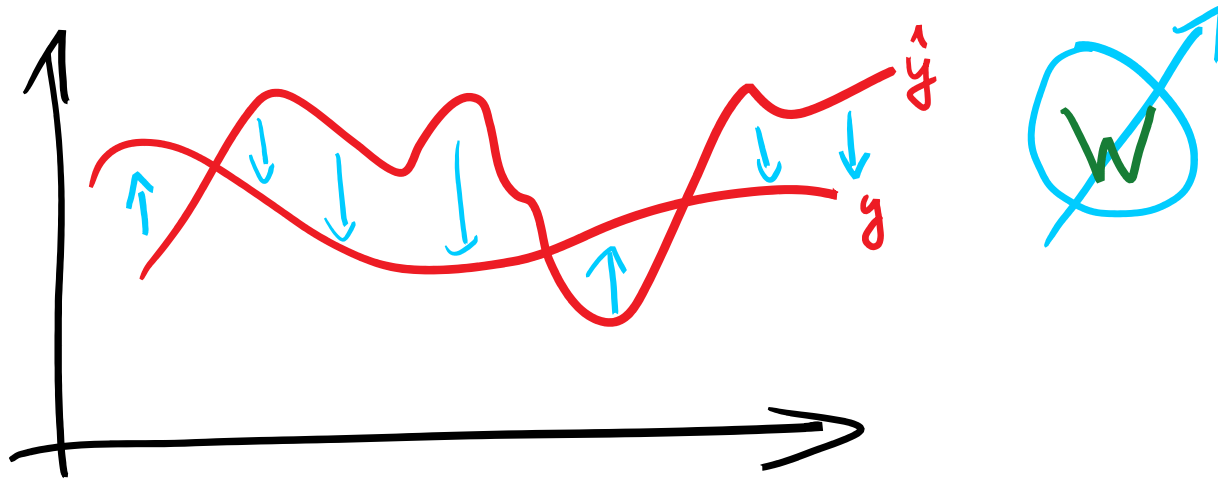
(4×1) (4×3) (3×1)

$$\textcircled{4} \quad \hat{y} = f(\Delta^{(3)}) = \text{sigmoid}\{\Delta^{(3)}\} \quad (\text{tanh/ReLU/PReLU...})$$

Forward lépés III.: Cost function

- Magyarul: költségfüggvény
- Négyzetes hiba (regresszió) vagy keresztentrópia (osztályozás)
- Kezdetben súlyok értéke véletlenszám

$$C = \sum \frac{1}{2} (y - \hat{y})^2$$



Súlyok finomhangolása

- *Brute force*

1 súly $\rightarrow [-100, 100]$ 0.1-es felbontással 2000 eset

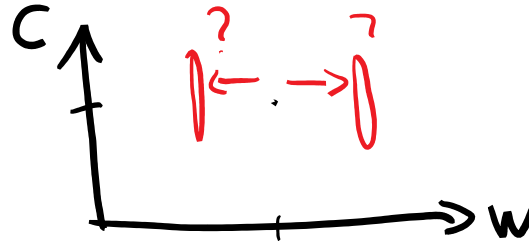
2 súly $\rightarrow 2000^2 = 4 * 10^6$

...

9 súly $\rightarrow 2000^9 = 4 * 10^6 = 512 * 10^{27}$

*közepes méretű háló, 6 rejtett réteg, 1000 neuron rétegenként: $6 * 1000^2$ súly*

- *Numerikus gradiens keresés*



Kahoot!

*Névnek a NEPTUN
kódodat add meg!*

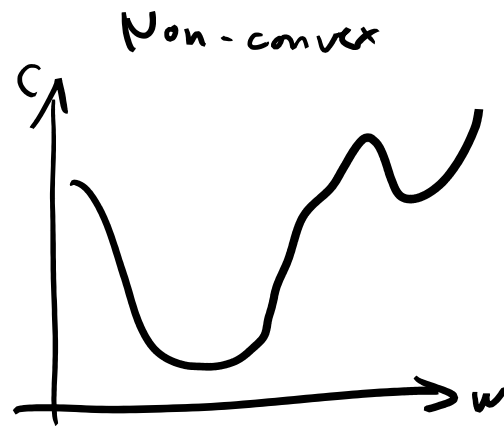
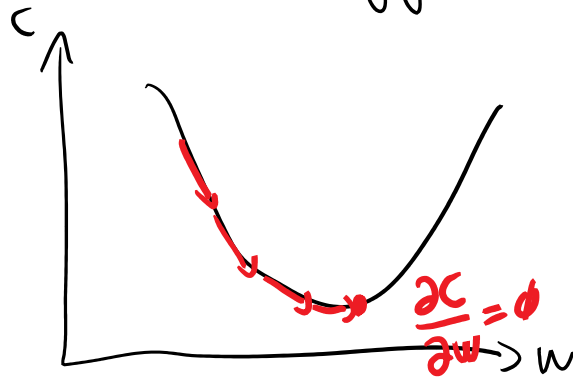
<https://kahoot.it/>

Gradient descent

$$\textcircled{6} C = \sum \left\{ \frac{1}{2} (y - f(f(XW^{(1)} | W^{(2)})))^2 \right\}$$

$$\frac{\partial C}{\partial w} > 0 \nearrow \quad < 0 \searrow$$

Cél \Rightarrow elérni hogy $= 0$



Backprop: kimeneti – rejtett réteg

$$\frac{\partial c}{\partial w^{(2)}} = \frac{\partial \sum \frac{1}{2} (y - \hat{y})^2}{\partial w^{(2)}} \stackrel{\text{a}}{=} \sum \frac{\partial \frac{1}{2} (y - \hat{y})^2}{\partial w^{(2)}}$$

$$\stackrel{\text{b}}{\Rightarrow} \frac{1}{2} (y - \hat{y})^2 \cdot - \frac{\partial \hat{y}}{\partial w^{(2)}} \stackrel{\text{c}}{=} =$$

$$= -(y - \hat{y}) \cdot \frac{\partial \hat{y}}{\partial s^{(3)}} \cdot \frac{\partial s^{(3)}}{\partial w^{(2)}} =$$

$$= \underbrace{-(y - \hat{y}) \cdot f'(s^{(3)})}_{\delta^{(3)} \quad (1 \times 1)} \cdot \underbrace{\frac{\partial a^{(2)}}{\partial w^{(2)}}}_{a^{(2)} \quad (1 \times 3)} \quad *$$

$$\text{a) } \frac{d}{dx} (u+v) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$$

b) lánc szabály:
 $(f \cdot g)' = (f' \cdot g) + f \cdot g'$

$$\frac{ds}{dx} = \frac{ds}{dy} \cdot \frac{dy}{dx}$$

$$\text{d) } f(s) = \frac{1}{1 + e^{-s}} = v$$

$$f'(s) = \frac{u'v - uv'}{v^2} = \frac{0 \cdot -1 \cdot e^{-s}}{(1 + e^{-s})^2} = \frac{e^{-s}}{(1 + e^{-s})^2}$$

Backprop: Batch gradient descent

$$\textcircled{7} \quad \frac{\partial C}{\partial w^{(2)}} = \sum \frac{\partial \frac{1}{2} (y - \hat{y})^2}{\partial w^{(2)}} = (a^{(2)})^T \delta^{(3)} =$$

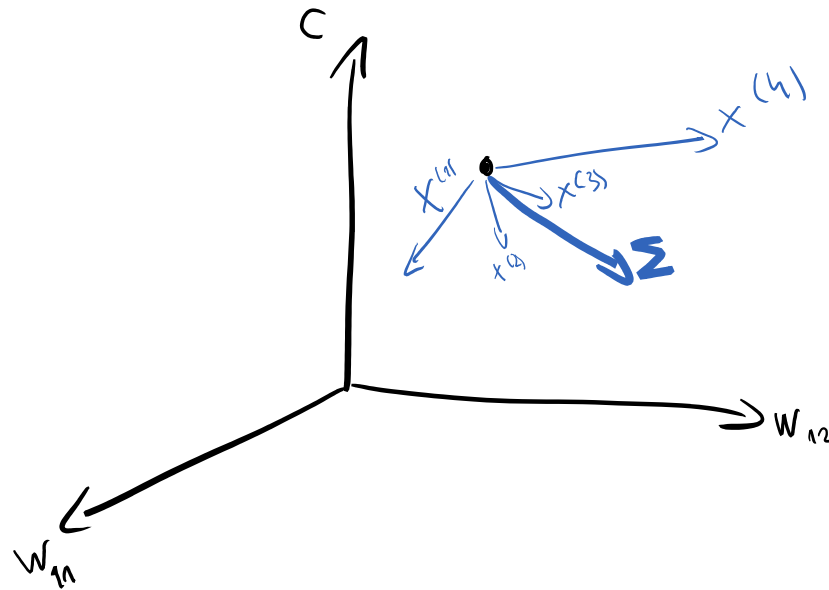
$$\begin{bmatrix} \delta_1^{(3)} \\ \delta_2^{(3)} \\ \delta_3^{(3)} \\ \delta_4^{(3)} \end{bmatrix}$$

tanító minták száma

$$= \begin{bmatrix} a_{11}^{(2)} & a_{21}^{(2)} & a_{31}^{(2)} & a_{41}^{(2)} \\ a_{12}^{(2)} & a_{22}^{(2)} & a_{32}^{(2)} & a_{42}^{(2)} \\ a_{13}^{(2)} & a_{23}^{(2)} & a_{33}^{(2)} & a_{43}^{(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11}^{(2)} \delta_1^{(3)} + a_{21}^{(2)} \delta_2^{(3)} + a_{31}^{(2)} \delta_3^{(3)} + a_{41}^{(2)} \delta_4^{(3)} \\ a_{12}^{(2)} \delta_1^{(3)} + a_{22}^{(2)} \delta_2^{(3)} + a_{32}^{(2)} \delta_3^{(3)} + a_{42}^{(2)} \delta_4^{(3)} \\ \dots \\ a_{13}^{(2)} \delta_1^{(3)} + a_{23}^{(2)} \delta_2^{(3)} + a_{33}^{(2)} \delta_3^{(3)} + a_{43}^{(2)} \delta_4^{(3)} \end{bmatrix}$$

Backprop: Batch gradient descent

Az összes tanítómintára kiszámoljuk a gradienst és ezeket összegezzük.



Backprop: rejtett – bemeneti réteg

$$\begin{aligned}\frac{\partial C}{\partial w^{(1)}} &= \frac{\partial \frac{1}{2}(y - \hat{y})^2}{\partial w^{(1)}} = -(y - \hat{y}) \cdot \frac{\partial \hat{y}}{\partial w^{(1)}} = -(y - \hat{y}) \cdot \frac{\partial \hat{y}}{\partial s^{(3)}} \cdot \frac{ds^{(3)}}{dw^{(1)}} = -(y - \hat{y}) \cdot f'(s^{(3)}) \frac{ds^{(3)}}{dw^{(1)}} \\ &= \delta^{(3)} \frac{\partial s^{(3)}}{\partial w^{(1)}} = \delta^{(3)} \frac{\partial s^{(3)}}{\partial a^{(2)}} \frac{\partial a^{(2)}}{\partial w^{(1)}} = \delta^{(3)} \cdot (W^{(2)})^T \frac{\partial a^{(2)}}{\partial w^{(1)}} = \\ &= \delta^{(3)} (W^{(2)})^T \frac{\partial a^{(2)}}{\partial s^{(2)}} \cdot \frac{ds^{(2)}}{\partial w^{(1)}} = \underbrace{\delta^{(3)} (W^{(2)})^T \cdot f'(s^{(2)})}_{\delta^{(2)}} \underbrace{\frac{\partial s^{(2)}}{\partial w^{(1)}}}_X = X^T \delta^{(2)}\end{aligned}$$

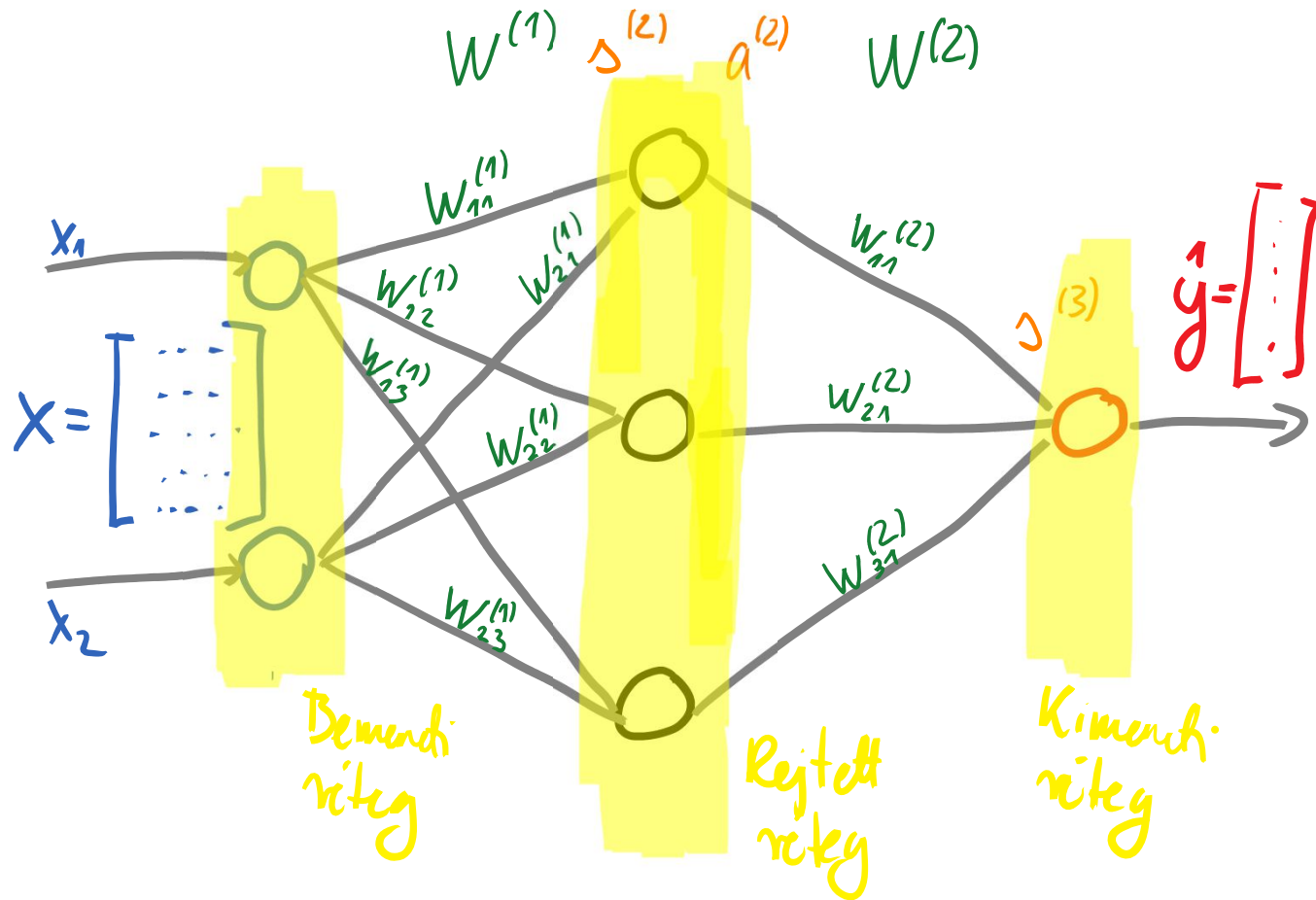
TANULÁS

$$W^{(1)} = W^{(1)} - \mu \frac{\partial C}{\partial w^{(1)}}$$

$$W^{(2)} = W^{(2)} - \mu \frac{\partial C}{\partial w^{(2)}}$$

μ : tanulási ráta
(learning rate)

Előrecsatolt mély neurális hálózat



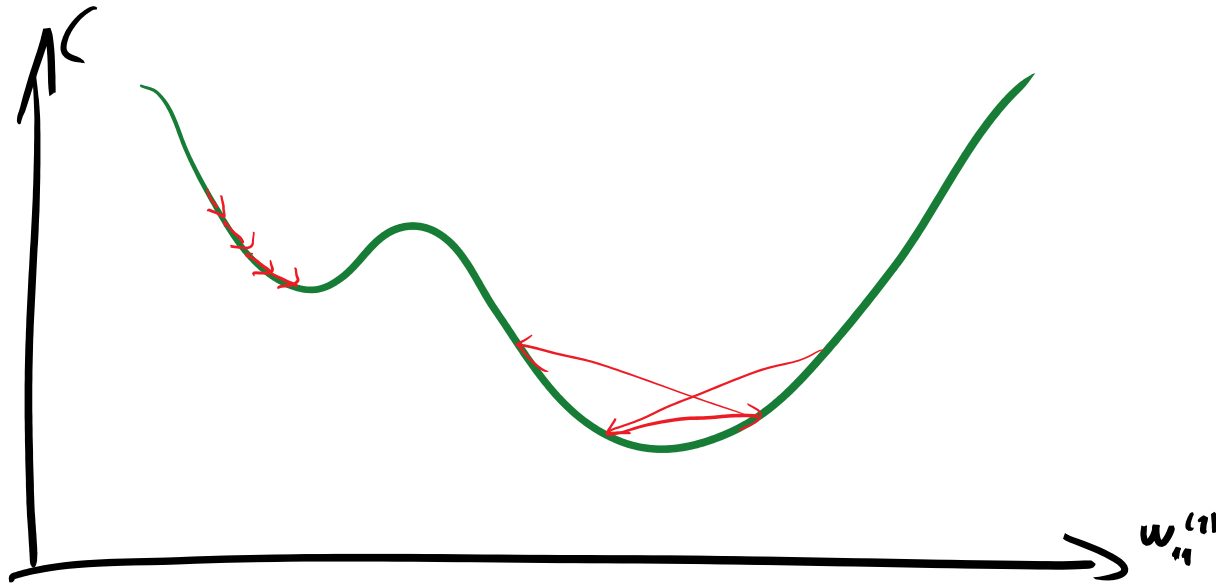
Gradient descent

- *Stochastic Gradient Descent (SGD)*
- *Batch GD*
- *Mini-Batch GD*

Gradient descent

Lokális vs. Globális minimum

Vanilla SGD, Batch learning, *Mini-batch*



Intuitív magyarázat

- *Deep learning: több rétegen keresztül ugyanez*
- *Yann LeCun: Efficient Backprop (1998)*
<http://yann.lecun.com/exdb/publis/pdf/lecun-98b.pdf>
- *További magyarázat és online demo:*
<https://www.deeplearning.ai/ai-notes/optimization/>

Acknowledgement

The picture of Slide 6 was designed by Freepik.com.

Köszönöm a figyelmet!

toth.b@tmit.bme.hu